

# Tematické okruhy ke státní závěrečné zkoušce

## KMA/DM – Diskrétní matematika

Uchazeč si vylosuje jeden okruh. Dílčí otázky by měly sloužit jako případná osnova, jakým směrem se může student ubírat. Není nutné vyčerpat všechna dílčí témata. Při hodnocení bude kladen důraz na matematickou kulturu prezentace, relevantnost k tématu a porozumění hlavním pojmům a souvislostem. Při přípravě není povoleno používat jakékoliv materiály.

### 1. Základy teorie výpočetní složitosti a NP-úplnosti

Modely výpočtu, časová a paměťová náročnost výpočtu. Problémy (jazyky) tříd P a NP, NP-úplné problémy, Cookova věta. Třídy NP, co-NP a  $NP \cap co-NP$ , dobré charakteristiky.

### 2. Základní úlohy teorie grafů řešitelné v polynomiálním čase

Minimální kostra, metrika, distanční matice, souvislost a k-souvislost. Algoritmy řešení a jejich složitost. Hladové algoritmy, prohledávání a jejich užití.

### 3. Základní NP-úplné a NP-těžké úlohy teorie grafů

Nezávislost, dominance, klikovost, jádro, barevnost grafu, úloha obchodního cestujícího: základní vlastnosti, NP-úplnost. Přibližné algoritmy a heuristiky pro řešení těchto úloh.

### 4. Maximální tok v síti

Definice toku v síti, podmínky existence toku. Úloha maximálního toku, Ford-Fulkersonova věta, metody nalezení maximálního toku. Převod grafových úloh na úlohu maximálního toku.

### 5. Optimální tok v sítích s cenami

Cena toku, optimální tok, charakterizační věty, záporné rezervní polocykly, potenciály. Převod grafových úloh na úlohu optimálního toku.

### 6. Lineární programování

Základní formulace úlohy LP a jejich ekvivalence. Simplexový algoritmus, dvoufázová metoda. Konečnost simplexového algoritmu, degenerované úlohy a zacyklení. Dualita úloh LP.

### 7. Celočíselné lineární programování

Formulace úlohy a její výpočetní složitost. Úlohy s totálně unimodulární maticí. Enumerativní metody a metoda větví a mezí, metoda sečných nadrovin. Převod úlohy optimálního toku na úlohu CLP.

### 8. Párování

Rozšiřující cesty a Bergeova věta. Největší párování v bipartitním grafu, Hallova věta a maďarská metoda. Antifaktorové množiny, Tutteova a Bergeova věta, polynomialita úlohy největšího párování v neorientovaném grafu a Edmondsův algoritmus.

### 9. Pokročilé lineární programování

Primárně-duální metody. Metody vnitřního bodu, snižování potenciálu, sledování centrální cesty. Bariérová funkce. Vícekriteriální lineární programování. Aplikace, multikomoditní toky.

### 10. Semidefinitní programování

Kvadratické a kuželové programování. Dualita. Metody řešení. Relaxace a aproximace, mezera celočíselnosti. Aplikace v ekonomii.