

Diskrétní matematika a algebra – SZZ

Tématické okruhy ke státní zkoušce z předmětu KMA/DMSZ

Uchazeč si vylosuje jeden z níže uvedených okruhů. Povinností je odpovídat na obě části okruhu, přičemž každé části je nutné věnovat alespoň 25 % času vyhrazeného jednomu předmětu SZZ. Pořadí částí okruhu není závazné. Cílem je souvislá prezentace daného tématu. Dílčí otázky by měly sloužit jako případná osnova, jakým směrem se může výklad ubírat. Není nutné vyčerpat všechna dílčí témata. Při hodnocení bude kladen důraz na matematickou kulturu prezentace, její relevantnost k tématu a porozumění hlavním pojmům a souvislostem.

1a **Základy teorie výpočetní složitosti a NP -úplnosti.**

Modely výpočtu, časová a paměťová náročnost výpočtu. Problémy (jazyky) tříd P a NP , NP -úplné problémy, Cookova věta.

1b **Grupy.**

Základní pojmy teorie grup. Homomorfismus grup. Věty o isomorfismu grup. Abelovy grupy a jejich direktní rozklady. Sylowovy p -podgrupy.

2a **Základní NP -úplné a NP -těžké úlohy teorie grafů a heuristiky pro jejich řešení.**

Nezávislost, dominance, klikovost, jádro, barevnost grafu: základní vlastnosti, NP -úplnost. Základní typy heuristik, heuristiky pro řešení uvedených problémů.

2b **Okruhy a tělesa.**

Podokruhy, ideály, faktorokruhy, dělitelé nuly. Dělitelnost v oborech integrity. Základní vlastnosti těles.

3a **Základní úlohy teorie grafů řešitelné v polynomiálním čase.**

Minimální kostra, metrika, distanční matice, souvislost a k -souvislost. Algoritmy řešení a jejich složitost. Hladové algoritmy, prohledávání a jejich užití.

3b **Pokročilé lineární programování.**

Elipsoidový algoritmus. Primárně-duální metody. Metody vnitřního bodu, snižování potenciálu, sledování centrální cesty. Bariérová funkce. Vícekriteriální lineární programování.

4a **Toky v sítích I.**

Definice toku v síti, podmínky existence toku. Úloha maximálního toku, Ford–Fulkersonova věta, metody nalezení maximálního toku. Převod grafových úloh na úlohu maximálního toku.

4b **Celočíselné lineární programování.**

Formulace úlohy a její výpočetní složitost. Úlohy s totálně unimodulární maticí. Enumerativní metody a metoda větví a mezí, metoda sečných nadrovin.

5a **Toky v sítích II.**

Cena toku, optimální tok, charakterizační věty, záporné rezervní polocykly, potenciály. Převod grafových úloh na úlohu optimálního toku.

5b Speciální třídy grafů.

Hranové grafy, rovinné grafy — základní vlastnosti, charakterizační věty. Výpočetní složitost základních grafových problémů pro grafy z těchto tříd.

6a Párování I.

Rozšiřující cesty a Bergeova věta. Největší párování v bipartitním grafu, Hallova věta a maďarská metoda. Optimální párování v ohodnoceném bipartitním grafu.

6b Semidefinitní programování.

Kvadratické a kuželové programování. Dualita. Metody řešení. Relaxace a aproximace, mezera celočíselnosti. Randomizované algoritmy založené na vektorovém programování.

7a Párování II.

Antifaktorové množiny a Tutteova věta. Párovací číslo, deficience, Bergeova věta o deficienci. Největší párování v neorientovaném grafu a Edmondsův algoritmus.

7b Výpočetní složitost.

Turingovy stroje a algoritmicky neřešitelné problémy. Polynomiální hierarchie. Paměťová složitost, třídy *LOGSPACE*, *PSPACE*, úplnost ve třídách. Interaktivní důkazové systémy.

8a Dobré charakteristiky.

Třídy *NP*, *co-NP* a $NP \cap co-NP$. Přehled dobrých charakteristik a dobře charakterizovaných grafových a optimalizačních problémů.

8b Aproximační a pravděpodobnostní třídy a algoritmy.

Třídy *PO*, *NPO*. Aproximovatelnost, třídy *APX*, *PTAS*, *FPTAS*, silná *NP*-těžkost. Minimální splnitelnost. Algoritmy typu Monte Carlo a Las Vegas, iterování algoritmů. Třídy *PP*, *BPP* a *ZPP* a jejich vztah k *NP*. 1/2-splnitelnost.
